可编程序计算器在动物学的若干应用

江　腾　龙

（江西大学生物系）

在动物学中有许多观测、实验数据需要进行计算、分析、组建相应的数学模型，预报预测动物学规律，需要用计算机或计算器等计算工具来进行。

现在常用的是普通型或函数型的计算器，它的解题步骤都是按操作者编制的计算公式依次进行，每一个数字和运算符号都要手按键动作来完成，运算过程繁琐，速度慢，易出差错，只能求解简单的算题，70年代中陆续出现 **Tl**-57、**Tl**-58、**Tl**-58c、**Tl**-59、HP-67、Sharp PC-2600 等可编程序计算器，它们具有一般电子计算机的基本组成部分——运算器、存储器，控制器，输入装置和输出装置，操作者编排的运算程序存储记忆于存储器中，在程序的控制下，运算器从存储器中取得解题程序的指令和有关数据，按照操作者所编制的程序自动地进行运算，这样使用者可按不同要求，不同数学处理编制出不同的运算程序解不同的题。

与通用数字计算机相比，可编程序计算器体积小如 **Tl**-59 型连提包在内为 80 × 100 × 40 毫米（mm），价格便宜（仅几百元至一千余元），但功能却相当于60年代初占地数间的电子计算机，一般不需保养、维修措施，也不要空调等使用环境，故美国"Simulation"杂志称之为"手持式计算机"（Hand-Held Computer）一类。

与一般函数型电子计算器等相比，可编程序计算器计算精确度高，提供十位以上有效数字，运算速度快，不仅能作各种函数综合运算，还能作逻辑判断，作较复杂的数学运算。而且 **Tl**-59 等可编程序计算器还配有多种程序库配件，还能将经核实过的程序录制在磁卡上，为使用者提供很方便调用的程序，这样即使不懂程序设计和详细的数学原理的使用者亦能方便地调用这些程序来处理问题。由于程序中有相当多的指令就是通用的数学符号，所以程序的编制较为容易。

目前我国生物、医学、农业方面微型机和一般数字计算机尚未普及，故教学、科研，数学方面的运算还不艰深，应用可编程序计算器是一个很好的补充，下面主要是利用 **Tl**-59 型可编程序计算器应用于动物学的几个方面的程序，类似程序可用于 **Tl**-58、**Tl**-58c，HP-67、**Monroe** 326，**fx**-502 等型号可编程序计算器。

一、根据已知计算公式作计算

生物资源管理中 M. Schaefer 模型：其种群最优水平 x^* 计算式为：

$$x^* = \frac{K}{4}\left[\left(\frac{c}{PK}+1-\frac{\delta}{\gamma}\right)+\sqrt{\left(\frac{c}{PK}+1-\frac{\delta}{\gamma}\right)^2+\frac{8c\delta}{PK\gamma}}\right]$$

按表1程序可求得不同 δ 值（折扣率）所对应的最优种群水平 x^*。

使用方法：

（1）按 2nd cp，清除原有程序。

（2）按 LRN，使计算器进入程序编制状态，按表1程序输入计算器，再按 LRN，使计算器退出程序编制状态。

（3）按 RST，R/S，输入常数：[K]，A；[C/pK]，B；[γ]，D。

（4）输入 δ 值：按C，再按E，显示其对应的 x^* 值，当求第二个 δ 值对应的 x^* 值时，就不必再按 RST，也不必再输入 K，C/pK，γ 值了，只要输入 δ_2 值按 C，E，就显示 δ_2 对应的 x_2^* 值。

表 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd Lbl	A	STO	00	R/S	2nd Lbl	B	STO	01	R/S
10	2nd Lbl	C	STO	02	R/S	2nd Lbl	D	STO	03	R/S
20	2nd Lbl	E	RCL	02	÷	RCL	03	=	STO	04
30	1	+	RCL	01	−	RCL	04	=	STO	05
40	[	(	8	×	RCL	01	×	RCL	04	+
50	RCL	05	x^2	)	$\sqrt{x}$	+	RCL	05	]	÷
60	4	×	RCL	00	=	R/S				

表 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd Lbl	A	STO	00	R/S	2nd Lbl	B	STO	01	R/S
10	2nd Lbl	C	STO	02	R/S	2nd Lbl	D	STO	03	R/S
20	2nd Lbl	E	RCL	00	÷	[	1	+	(	RCL
30	01	−	RCL	02	×	RCL	03	)	INV lnx	)
40	=	R/S								

在生态学,医药学中常用 Logistic 方程:

$$N_i = \frac{K}{1 + e^{a - rt_i}}$$

可按表 2 的程序计算

使用方法:

(1) 按 2nd cp，清除原有程序。

(3) 按 LRN，输入表 2 程序，再按 LRN。

(3) 按 RST、R/S，输入 Logistic 方程中各参数: [K]，A; [a]，B; [r]，C。

(4) 输入 t_1 值，按 D，E，就显示 N_1 的值。求第二个 t_2 值下的 N_2 值时，只要输入 t_2，按 D，E 就显示 N_2 值。

二、直线回归

生物学研究中常遇到变量之间存在着一定的概率性分布规律下的相关关系，这种关系中最简单的，亦是最常用的: 直线拟合的相关关系，即直线回归。

例如: 利用上年 6—9 月降雨量 (x_i) 预报翌年春汛毛虾的产量 (y_i) 作直线回归:

$$y_i = a + bx_i。$$

亦可将下列非线性函数化为线性关系的回归问题:

双曲线函数:

$$\frac{1}{y} = a + b\left(\frac{1}{x}\right)$$

幂函数:

$y = ax^b$ 化为 $\lg y = \lg a + b\lg x$。

指数函数:

$y = ae^{bx}$ 化为 $\ln y = \ln a + bx$。

对数函数:

$$y = a + b\lg x$$

S 型函数:

$$y = \frac{1}{a + be^{-x}} \text{ 化为 } \frac{1}{y} = a + be^{-x}$$

令 $Y = \frac{1}{y}$，$X = e^{-x}$，上式为

$$Y = a + bX$$

例如: 6 至 16 天内鸡胚胎干重 (y_i) 随日龄 (x_i) 呈指数函数变化: $y_i = ae^{bx_i}$。线性化为: $\ln y = \ln a + bx$ 作回归方程求得 a，b 参数值，

酶动力学中 Henri—Michaelis—Menten 方程整理成线性回归方程为:

表 3

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd pgm	01	SBR	CLR	2nd Lbl	A	R/S	1/x	x:t	R/S
10	1/x	2nd Σ+	GTO	A	2nd Lbl	B	2nd op	12	1/x	R/S
20	x:t	×	(	2nd op	12	1/x	)	R/S	2nd op	13
30	R/S									

表 4

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd Lbl	A	STO	06	SUM	29	×	RCL	03	(
10	SUM	27	x:t	STO	02	SUM	09	SUM	11	×
20	RCL	03	)	SUM	13	SUM	15	RCL	02	x²
30	SUM	12	RCL	03	SUM	10	SUM	14	x²	SUM
40	16	01	SUM	08	RCL	02	×	RCL	06	)
50	SUM	28	RCL	06	x²	SUM	23	RCL	08	R/S
60	2nd Lbl	B	RCL	23	−	RCL	29	x²	÷	RCL
70	08	)	√x	STO	26	RCL	28	−	RCL	29
80	×	RCL	09	÷	RCL	08	)	STO	23	RCL
90	27	−	RCL	29	×	RCL	10	÷	RCL	08
100	)	STO	00	RCL	12	−	RCL	09	x²	÷
110	RCL	08	)	STO	19	RCL	16	−	RCL	10
120	x²	÷	RCL	08	)	STO	24	RCL	13	−
130	RCL	09	×	RCL	10	÷	RCL	08	)	STO
140	25	R/S	2nd Lbl	C	RCL	23	÷	RCL	19	√x
150	÷	RCL	26	)	STO	05	RCL	00	÷	RCL
160	24	√x	÷	RCL	26	)	STO	07	(	RCL
170	23	×	RCL	21	+	RCL	22	×	RCL	00
180	)	STO	01	√x	÷	RCL	26	)	R/S	2nd Lbl
190	D	RCL	26	x²	−	RCL	01	)	÷	RCL
200	29	)	√x	STO	18	RCL	21	÷	RCL	18
210	÷	RCL	27	√x	)	STO	03	RCL	22	÷
220	RCL	18	÷	RCL	28	√x	)	STO	04	RCL
230	01	÷	02	÷	RCL	18	x²	)	R/S	

$$\frac{1}{v_i}=\frac{K_m}{V_{\max}}\frac{1}{[S]_i}+\frac{1}{V_{\max}}$$

按表 3 的程序求得 K_m、$V_{\max}$、相关系数 γ。

使用方法：

(1) 清除机内原有程序，输入表 3 的程序。

(2) 按 RST，R/S，输入数据：$[S]_1$、R/S、v_1，R/S；$[S]_2$、R/S，v_2，R/S …… $[S]_n$，R/S，v_n，R/S。

(3) 按 B 显示 $V_{\max}$ 值，按 R/S 得 K_m 值，再按 R/S 得相关系数 γ 值。

三、多元线性回归

由于生物学问题中影响因变量的因素常是多种多样的，例如影响三化螟的第一代发生量 ($\hat{y}_i$) 与温雨系数 (x_1)、虫口基数 (x_2) 呈二元拟线性回归关系：

$$\hat{y}_i=a+b_1\lg x_1+b_2x_2$$

令 $X_1=\lg x_1$，上式线性化为：

$$\hat{y}_i = a + b_1X_1 + b_2x_2$$

按表4的程序求得系数 a、b_1、b_2。

计算步骤:

(1) 按 2nd cp, 清除机内原有程序。

(2) 按 3、2nd op 17 显示 719.29, 分配程序步数为 720, 数据存储器为 30 个。

(3) 按 LRN, 输入表4的程序, 再按 LRN。

(4) 按 2nd CMS, RST, 清除数据存储器, 并回到程序计算。

(5) 输入数据: x_{11}, 2nd lgx, STO 03, x_{21}, x:t, y_1, A; x_{12}, 2nd lgx, STO 03, x_{22}, x:t, y_2, A; ……x_{1n}, 2nd lgx, STO 03, x_{2n}, x:t, y_n, A。

(6) 按 B, 显示 $\sum\limits_{i=1} (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)$ 值, 按 RCL 19, 显示 $\sum\limits_{i=1}^{n} (x_{1i} - \bar{x}_1)^2$ 值。

(7) 按 2nd pgm 02, 3, A, 1, B, C, 显示矩阵 |A| 值。

(8) 按1, D, RCL 29, R/S, RCL28, R/S, RCL 27, R/S, CLR, E 显(1), 按 2nd A′, R/S, 显示 a 值, 按 R/S 得 b_2 值, 再按 R/S 得 b_1 值。

(9) 按 CLR, 2nd B′ 显示 1, 按 2, 2nd C′, R/S, R/S, STO 27, 3, 2nd C′, R/S, R/S, R/S, STO, RST, 输入 $\sum\limits_{i=1}^{n}(x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)$ 的值, STO 19, 输入 (n − 3) 值, STO 29。按 C 得复相关系数 R, 按 RCL 05 得偏相关系数 γ_{x_1y}, 按 RCL 07 得偏相关系数 γ_{x_2y}, 作 F 检验: 按 D 得 F 值, 作 t 检验: 按 RCL 03 得 t_1 值, 按 RCL 04 得 t_2 值。

四、多项式回归

因为任何函数至少在较小的邻域内可用多项式来逼近, 生物学问题通常是复杂的非线性函数, 许多问题需用多项式回归计算和分析之, 例如: 东亚飞蝗卵的死亡率 (y_i) 与蝗卵密度 (x_i) 呈三次方程曲线型:

$$y_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3$$

该一元三次回归方程计算程序如表5。

使用方法:

(1) 按 2nd cp, 清除机内原有程序, 按 4, 2nd op 17, 显 (639.39), 分配 640 个程序步, 40 个数据存储器。

(2) 按 LRN, 输入表5的程序, 再按 LRN。

(3) 按2nd, CMS, RST, 清除数据存储器, 并回到自编程序。

(4) 输入数据: x_1, x:t, y_1, A; 显 (1); x_2, x:t, y_2, A; 显 (1); ……x_n, x:t, y_n, A, 显 (1)。

(5) 按 2nd pgm, 02, 4, A, 1, B, C, 1, D, 显 (1), RCL 39, R/S, RCL 38, R/S, RCL 37, R/S, RCL 36, R/S, CLR, E, 1, 2ndA′ 显 (1)。

(6) 按 R/S 显示 a_0 值, 再按 R/S 显示 a_1 值, 按 R/S 显示 a_3 值。

表 5

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd Lbl	A	STO	06	SUM	39	x:t	STO	02	SUM
10	09	SUM	12	x^2	SUM	10	SUM	13	SUM	16
20	x^2	SUM	15	SUM	18	SUM	21	RCL	02	y^x
30	3	=	STO	03	SUM	11	SUM	14	SUM	17
40	SUM	20	x^2	SUM	23	RCL	02	y^x	5	=
50	SUM	19	SUM	22	RCL	06	×	RCL	02	=
60	SUM	38	RCL	06	×	RCL	02	x^2	=	SUM
70	37	RCL	06	×	RCL	03	=	SUM	36	1
80	SUM	08	R/S							

表 6

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd pgm	01	SBR	CLR	2nd Lbl	A	R/S	x:t	R/S	1/x
10	×	7	8		2	7	1	−	1	=
20	lnx	=	2nd Σ+	GTO	A	2nd Lbl	B	2nd op	12	R/S
30	x:t	R/S								

表 7

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	2nd Lbl	A	STO	19	÷	2	=	STO	15	R/S
10	2nd Lbl	B	STO	16	R/S	STO	17	R/S	STO	18
20	R/S	2nd Lbl	C	0	STO	11	STO	12	2nd st flg	0
30	RCL	18	STO	09	RCL	17	STO	08	RCL	16
40	STO	07	SBR	CLR	2nd Lbl	SUM	STO	14	SUM	12
50	+	RCL	18	=	STO	09	RCL	10	STO	13
60	SUM	11	+	RCL	17	=	STO	08	RCL	16
70	+	RCL	15	=	STO	07	SBR	CLR	2nd If flg	0
80	CE	×	2	=	SUM	12	+	RCL	18	=
90	STO	09	RCL	10	×	2	=	SUM	11	+
100	RCL	17	=	STO	08	RCL	19	+	RCL	16
110	=	STO	07	STO	16	SBR	CLR	+	RCL	12
120	+	RCL	14	=	÷	3	+	RCL	18	=
130	STO	18	RCL	10	+	RCL	11	+	RCL	13
140	=	÷	3	+	RCL	17	=	STO	17	RCL
150	16	R/S	RCL	17	R/S	RCL	18	R/S	C	2nd Lbl
160	CLR	(	(	1	·	2	×	RCL	08	−
170	·	0	0	2	×	RCL	08	×	RCL	09
180	)	×	RCL	15	)	STO	10	(	(	·
190	0	0	0	0	1	×	RCL	08	×	RCL
200	09	−	·	0	8	×	RCL	09	)	×
210	RCL	15	)	INV SBR	2nd Lbl	CE INV	2nd st flg	0	GTO	SUM

五、Logistic 曲线拟合方程估算参数

按三点法：从 x 坐标上选三个等距离值：x_1, x_2, x_3，要满足 $x_3=\frac{x_1+x_2}{2}$。它们分别对应的 y 值为：y_1, y_2, y_3，可由下式求出 K 值：

$$K=\frac{2y_1y_2y_3-y_2^2(y_1+y_3)}{y_1y_3-y_2^2}$$

(设计算 K 所得值为 78.271)。

然后代入 Logistic 方程得：

$$e^{a-bx}=\frac{K-y}{y}$$

两边取对数得：

$$\ln\left(\frac{K}{y}-1\right)=a-bx$$

由表 6 的程序估算方程的参数：a 和 b 值。

程序使用法：

(1) 按 2nd, cp 清除原有程序，按 LRN，输入表 6 的程序，再按 LRN。

(2) 按 RST, R/S, 输入数据：x_1, R/S,

y_1, R/S; x_2, R/S, y_2, R/S; ……x_n, R/S, y_n, R/S。

(3) 按B显示 a 值,按 R/S 显示 b 值。

六、求 Lotka-Volterra 微分方程组的数值解

著名的 Lotka-Volterra 微分方程组为:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy$$

$$\frac{dy}{dt} = cxy - dy$$

这是非线性微分方程组,一般不可解得解析解,兹用 Runge-Kutta 数值解法[1]编得程序为表 7 。(设上述方程组中参数 $a = 1.2$, $b = 0.002$, $c = 0.00001$, $d = 0.08$)。

使用方法:

(1) 按 2nd cp, 清除机内原有程序,按 LRN, 输入表 7 所列的程序,再按 LRN。

(2) 输入: 步长 Δ, 初始条件 t_0, x_0, y_0: 按 Δ, A, t_0, B, x_0, R/S, y_0, R/S。

(3) 按C显示 $t = t_0 + \Delta$ 值,按 R/S 显示 x_1, 按 R/S 显示 y_1 值。

(4) 继续计算: 按 R/S 显示 $t_2 = t_0 + 2\Delta$ 值,按 R/S 显示 x_2 值,按 R/S 显示 y_2 值。

依次类推,计算出 Lotka-Volterra 微分方程组的数值解,若参数 a、b、c、d 取其他值,即只要在程序 163—165, 170—173, 189—194, 202—204, 分别换上新的 a、b、c、d 值计算。

上面应用是用一般计算器难以胜任,当然可编程序计算器不仅能解决上述方面的问题,其他方面如: 超越方程、非线性微分方程和偏微分方程的数值解,时间序列分析等,限于篇幅,就不能一一列举,由此可见可编程序计算器对广大生物学(包括医学、农林等)工作者是件良好的计算工具。