

# 水产资源变化的一种数学模式

李 雪 渡

(黄海水产研究所)

鱼类种群是在不断更新随时变化中的水产鱼类资源。它受到生物的和非生物的因子制约,随着科学的发展,而人为的捕捞是对它起着最大作用的因子。原始种群,它本身有维持平衡的调节力量,在被开发利用以后,只要捕捞适度,可使原来的种群保持一定数量的水平。如果捕捞过度,则破坏了自然平衡,资源数量将逐步下降,甚至某些渔业受到威胁。水产资源数量变动这一工作,是在资源急剧下降不得不采取措施的情况下开始的。为了合理管理渔业,捕捞适当,保持稳定的产量,采用数理方法描述种群变动的现状和变化趋势,逐渐成为水产资源的研究课题。

水产资源数理模式是用数学公式来分析鱼类种群的变化,特别着重捕捞作用而引起资源数量下降,以达到合理捕捞的目的。本文给出水产资源变化一种数学模式。

水产鱼类资源变化的规律是:资源变化速度是与资源所存余的数量成比例。设已知在某一时间  $t = t_0$ ,就是说鱼的年龄生长到  $t_0$  年时,

就可进入渔场进行捕捞,而其鱼类资源数量为  $R_0$ 。要确定在任意时间  $t$  ( $t$  年龄的鱼) 鱼类资源数量 ( $R_t$ )。

设  $R(t)$  是在时间  $t$  尚未进行捕捞的鱼类资源数量,由于捕捞幼鱼及外界环境的影响,鱼类资源数量减少,于是可用资源减少速度为  $-\frac{dR}{dt}$  来计量,因为减少速度的快慢是与资源数量  $R(t)$  成比例,于是我们可得到资源数量变化的一阶微分方程式为:

$$-\frac{dR}{dt} = kR \quad (1)$$

(1) 式中  $k$  是个比例常数。

方程式 (1) 为最简单的一阶微分方程,它的通解为:

$$R(t) = ce^{-kt} \quad (2)$$

(2) 式中  $c$  为任意常数,再由初始条件来确定  $c$  的值,就是我们所需要的特解。由初始条件可知

$$R(t) |_{t=t_0} = R_0 \quad (3)$$

于是可确定常数  $c$  为

$$R_0 = ce^{-kt_0} \quad c = R_0 e^{kt_0} \quad (4)$$

将(4)式代入(2)式即得

$$R_t = R_0 e^{-k(t-t_0)} \quad (5)$$

(5)式为方程式(1)所需要水产资源数量变化的特解,而(5)式中  $k$  是比例常数,还需要确定,在水产资源中这个比例常数就是死亡率,当未到被捕年龄的鱼,是受自然死亡与捕捞幼鱼而影响资源数量变动,可用  $M$  表示。到了可以被捕年龄以后,是受捕捞死亡的影响,可用  $F$  表示。二者合成总死亡系数  $Z$  表示,于是可得

$$Z = F + M$$

(5)式中  $k$  是起  $Z$  的作用,于是我们可用  $Z$  代替  $k$  代入(5)式中得:

$$R_t = R_0 e^{-Z(t-t_0)} = R_0 e^{-(F+M)(t-t_0)} \quad (6)$$

(6)式就是方程式(1)所需要的特解。如果鱼类到3龄鱼可以达到性成熟,并进入渔场开始捕捞,这时  $t_0 = 3$ , 并且在进行捕捞之前,对1龄与2龄鱼资源保获措施有效,在这种情况下  $M = 0$ , 于是(6)式为

$$R_t = R_3 e^{-F(t-3)} \quad (7)$$

(7)式为  $t$  龄鱼数量变化公式,可以看出随着鱼的年龄增加及捕捞死亡系数  $F$  的增加,资源数量就产生变动。只要我们合理规定捕捞系数  $F$ , 就可保持资源有一定数量,防止资源受到捕捞的破坏。这些是对水产鱼类资源数量变化规律的简单描述。